

Løsningsforslag til oppgave-sett Keynes-modeller

Oppgave 1

Betrakt modellen:

$$\begin{aligned} (1) \quad & Y = C + I \\ (2) \quad & C = c_0 + c Y \end{aligned} \quad c_0 > 0, 0 < c < 1$$

der Y er BNP, C er konsum, og I er realinvesteringer. Y og C er de endogene variable, og I er eksogen.

- La $c_0 = 100$, $c = 0,8$ og $I = 100$. Finn likevektløsningene for Y og C .
- Anta at investeringene øker til $I_1 = 120$. Finn likevektløsningene for Y og C .

Løsningsforslag oppgave 1:

En måte å løse oppgave på, er å først sette inn tall for de eksogene variable og parametere, slik at vi får

$$\begin{aligned} (1') \quad & Y = C + 100 \\ (2') \quad & C = 100 + 0,8 Y \end{aligned}$$

og deretter løse modellen for Y og C

Vi finner først løsningen for Y . Da må vi få et uttrykk for Y alene, og må derfor "bli kvitt" den andre endogene variabelen C . Vi "blir kvitt" C i (1') ved å erstatte den med uttrykket for C fra (2'). Med andre ord, vi setter (2') inn i (1'), bruker at $I = 100$, og får

$$Y = 100 + 0,8 Y + 100.$$

Trekker fra $0,8 Y$ på begge sider, slik at vi får

$$Y - 0,8 Y = 100 + 100$$

Regner ut uttrykkene på begge sider

$$0,2 Y = 200$$

Deler på $0,2$ på begge sider

$$\frac{0,2 Y}{0,2} = \frac{200}{0,2} = 1000$$

Kan forkorte $0,2$ mot $0,2$ på venstresiden, slik at løsningen for Y blir

$$Y = 1000.$$

Løsningen for C finnes ved å sette løsningen for Y inn i (2')

$$C = 100 + 0,8 \cdot 1000 = 900$$

Alternativt kunne vi løst oppgaven ved å først finne løsningene for Y og C analytisk, og deretter sette inn tall for parametere og eksogene variable.

Ved å sette inn for C i (1) ved å bruke (2), får vi

$$Y = c_0 + cY + I$$

Her kan vi trekke fra Y på begge sider, slik at vi får

$$Y - cY = c_0 + I$$

Vi kan sette Y utenfor en parentes på venstresiden

$$Y(1-c) = c_0 + I$$

og dele på uttrykket i parentesen på begge sider av likhetstegnet

$$(3) \quad Y = \frac{1}{1-c}(c_0 + I)$$

som er løsningen for Y. Løsningen for Y, (3), kan settes inn i konsumfunksjonen (2), slik at vi får

$$\begin{aligned} C &= c_0 + cY = c_0 + \frac{c}{1-c}(c_0 + I) \\ &= c_0 + \frac{c}{1-c}c_0 + \frac{c}{1-c}I \\ &= \left(1 + \frac{c}{1-c}\right)c_0 + \frac{c}{1-c}I \\ (4) \quad &= \left(\frac{1-c}{1-c} + \frac{c}{1-c}\right)c_0 + \frac{c}{1-c}I \\ &= \frac{1-c+c}{1-c}c_0 + \frac{c}{1-c}I \\ &= \frac{1}{1-c}c_0 + \frac{c}{1-c}I \end{aligned}$$

som er løsningen for C. Nå kan vi sette inn tall for I, c_0 og c i (3) og (4), og vi får de samme løsningene som vi har fått over. (3) og (4) kaller vi modellen på redusert form.

b) Løsningene for Y og C når I har økt til 120 kan vi finne på samme måte som under a). Når vi allerede har funnet løsningene for Y og C, er det enklest å sette inn tall direkte der. Da får vi

$$Y = \frac{1}{1-0,8}(100+120) = 5 * 220 = 1100$$

$$C = \frac{1}{1-0,8}100 + \frac{0,8}{1-0,8}120 = 5*100 + 4*120 = 980$$

Oppgave 2

Betrakt modellen:

$$(1) \quad Y = C + I$$

$$(2) \quad C = 200 + 0,8 Y$$

der Y er BNP, C er konsum, og I er realinvesteringer. Y og C er de endogene variable, mens investeringene $I = 100$.

- Finne likevektsløsningene for Y, C og sparingen $S = Y - C$.
- Anta at konstantleddet i konsumfunksjonen reduseres til 180, dvs. at konsumfunksjonen nå blir

$$C = 180 + 0,8 Y$$

Finne likevektsløsningene for Y, C og S. Sammenlign med svaret på a), og forklar de økonomiske mekanismene.

Løsningsforslag oppgave 2:

Vi finner først løsningen for Y.

Da må vi få et uttrykk for Y alene, og må derfor "bli kvitt" den andre endogene variabelen C. Vi "blir kvitt" C i (1) ved å erstatte den med uttrykket for C fra (2). Med andre ord, vi setter (2) inn i (1), bruker at $I = 100$, og får

$$Y = 200 + 0,8 Y + 100.$$

Trekker fra $0,8 Y$ på begge sider, slik at vi får

$$Y - 0,8 Y = 200 + 100$$

Regner ut uttrykkene på begge sider

$$0,2 Y = 300$$

Deler på 0,2 på begge sider

$$\frac{0,2Y}{0,2} = \frac{300}{0,2} = 300 * 5$$

Kan forkorte 0,2 mot 0,2 på venstresiden, slik at løsningen for Y blir

$$Y = 300 * 5 = 1500.$$

Løsningen for C finnes ved å sette løsningen for Y inn i (2)

$$C = 200 + 0,8 * 1500 = 1400$$

Løsningen for sparingen S finnes ved å sette inn løsningene for Y og C i uttrykket for S:

$$S = Y - C = 1500 - 1400 = 100.$$

b) gjøres på tilsvarende måte. Vi får

$$Y = (180 + 100) / 0,2 = 280 * 5 = 1400$$

$$C = 180 + 0,8 * 1400 = 1300$$

$$S = 1400 - 1300 = 100$$

Endringen i Y blir $\Delta Y = 1400 - 1500 = -100$. BNP reduseres. Reduksjonen i BNP er mye større enn den initiale reduksjonen i konsumet, $\Delta c_0 = 180 - 200 = -20$. Årsaken til at BNP reduseres mer enn den initiale reduksjonen i konsumet, er multiplikator-virkninger via konsumet. Den initiale reduksjonen i konsumet gir redusert BNP, som igjen fører til redusert inntekt og dermed redusert konsum. Reduksjonen i konsumet gir ytterligere reduksjon i BNP og inntekt, som igjen fører til redusert konsum. Osv.

Oppgave 7

Betrakt modellen

$$(1) \quad Y = C + I + G$$

$$(2) \quad C = c_0 + c(Y - T)$$

$$(3) \quad T = t_0 + tY$$

der Y er BNP, C er privat konsum, I er private realinvesteringer, G er offentlig kjøp av varer og tjenester, og T er skatter minus overføringer. Y, C og T er de endogene variable. Investeringene er eksogene $I = 100$. Offentlige virkemidler er $G = 100$ og $t_0 = 20$ og $t = 0,5$. Parameterverdiene er $c_0 = 50$ og $c = 0,8$.

- Finn likevektsløsningene for Y, C og T. Hva blir den offentlige budsjettbalansen $B = T - G$?
- Anta at G øker til 120. Finn likevektsløsningene for Y, C, T og B.
- Anta at $G = 100$, men at t_0 reduseres til 0. Finn likevektsløsningene for Y, C, T og B. Sammenlign med svaret under b)

Løsningsforslag oppgave 7

Vi finner først løsningen for Y.

Da må vi få et uttrykk for Y alene, og må derfor "bli kvitt" de andre endogene variable, C og T. Vi "blir kvitt" C og T i (1) ved å erstatte dem med uttrykket for C fra (2) og T fra (3). Med andre ord, vi setter (2) og (3) inn i (1), og får

$$Y = c_0 + c(Y - (t_0 + tY)) + I + G.$$

Vi løser ut parentesen på høyre-siden

$$Y = c_0 + cY - ct_0 - ctY + I + G.$$

Vi trekker fra cY og legger til ctY på begge sider av likhetstegnet

$$Y - cY + ctY = c_0 - ct_0 + I + G$$

På venstresiden settes Y utenfor en parentes

$$Y(1 - c + ct) = c_0 - ct_0 + I + G$$

som kan omskrives til

$$Y(1 - c(1-t)) = c_0 - ct_0 + I + G$$

Vi deler på uttrykket i parentesen på begge sider av likhetstegnet, slik at Y står alene på venstresiden

$$(4) Y = \frac{1}{1 - c(1-t)}(c_0 - ct_0 + I + G)$$

(4) er løsningen for Y. Vi setter inn de oppgitte verdier for parametre og eksogene variable, og får

$$Y = \frac{1}{1 - 0,8(1 - 0,5)}(50 - 0,8 * 20 + 100 + 100) = \frac{1}{1 - 0,4} 234 = \frac{1}{0,6} 234 = 390$$

Vi setter inn løsningen for Y i (2) og (3), sammen med de oppgitte parameterverdier

$$T = 20 + 0,5 * 390 = 215$$

$$C = 50 + 0,8 * (390 - 215) = 190$$

Kontroll: Vi kan sette inn verdier for Y, C, I og G, og sjekke at generaløkosirkelen $Y = C + I + G$ stemmer: $390 = 190 + 100 + 100$, og det stemmer.

Den offentlige budsjettbalansen blir

$$B = T - G = 215 - 100 = 115$$

b) G øker til 120

Vi gjør på samme måte som under a), og får

$$(5) Y = \frac{1}{1-0,8(1-0,5)}(50-0,8*20+120+100) = \frac{1}{1-0,4} 254 = \frac{1}{0,6} 254 \approx 423,33$$

BNP øker dermed med $\Delta Y = 423,33 - 390 = 33,33$.

Vi setter inn løsningen for Y i (2), (3) og uttrykket for B, sammen med de oppgitte parameterverdier, og får

$$T = 20 + 0,5*423,33 \approx 231,67$$

$$C = 50 + 0,8*(423,33-231,67) \approx 203,33$$

$$B = T - G = 231,67 - 120 = 111,67$$

Kontroll: $Y = C + I + G \Rightarrow 423,33 = 203,33 + 100 + 120$, som stemmer.

Merk at den offentlige budsjettbalansen svekkes, men mindre enn den initiale økningen i offentlig kjøp av varer og tjenester $\Delta G = 120 - 100 = 20$. Vi får

$$\Delta B = 111,67 - 115 = -3,33$$

Årsaken til at B bare svekkes med 3,33 selv om G øker med 20, er at BNP øker, slik skatteinntektene T også øker.

c) $G = 100$, men t_0 reduseres til 0.

Vi gjør på samme måte som under b), og får

$$(6) Y = \frac{1}{1-0,8(1-0,5)}(50-0,8*0+100+100) = \frac{1}{1-0,4} 250 = \frac{1}{0,6} 250 \approx 416,67$$

Vi setter inn løsningen for Y i (2), (3) og uttrykket for B, sammen med de oppgitte parameterverdier, og får

$$T = 0,5*416,67 \approx 208,33$$

$$C = 50 + 0,8*(416,67-208,33) \approx 216,67$$

Kontroll: $Y = C + I + G \Rightarrow 416,67 = 216,67 + 100 + 100$, som stemmer

$$B = T - G = 208,33 - 100 = 108,33$$

Sammenligningen av b) og c).

Begge punkter innebærer at den offentlige budsjettbalansen initialt endres med 20 ($\Delta G = 120-100 = 20$, og $\Delta t_0 = 20 - 0 = 20$). Likevel ser vi at økningen i offentlig kjøp av varer og tjenester G fører til større økning i BNP enn dersom skattene reduseres med det samme beløpet. $\Delta Y = 423,33 - 390 = 33,33$ i b), og $\Delta Y = 416,67 - 390 = 26,67$ i c).

Matematisk sett ser vi årsaken til denne forskjellen dersom vi sammenligner uttrykkene for løsning for Y, dvs (5) og (6). t_0 multipliseres med den marginale konsumtilbøyelighet, parameteren c , som er mindre enn en (i vårt tilfelle lik 0,8). Dermed har en endring i t_0 mindre betydning for BNP enn det en endring i G har.

Økonomisk sett er forskjellen mellom virkning av endret offentlig kjøp, G , og endrede skatter, t_0 , at skattereduksjonen fører til mindre økning i etterspørselen, fordi noe av skatteletten slår ut i økt privat sparing, mens hele økningen i G innebærer økt etterspørsel.

Oppgave 8

Betrakt modellen

$$(1) \quad Y = C + I + G$$

$$(2) \quad C = c_0 + c(Y - T) \quad c_0 > 0, 0 < c < 1$$

$$(3) \quad T = t_0 + tY \quad 0 < t < 1$$

der Y er BNP, C er privat konsum, I er private realinvesteringer, G er offentlig kjøp av varer og tjenester, og T er skatter minus overføringer. Y , C og T er de endogene variable. Investeringene er eksogene $I = 100$. Offentlige virkemidler er G , t_0 og t .

- Finns likevektsløsningene for Y , C , T og den offentlige budsjettbalansen $B = T - G$.
- Anta at G øker, dvs $\Delta G > 0$. Hvordan påvirker det likevektsløsningene for Y , C , T og B ?
- Anta at G og t_0 øker like mye, dvs $\Delta G = \Delta t_0 > 0$. Hvordan påvirker det likevektsløsningene for Y , C , T og B ? Sammenlign med svaret under b).

Løsningsforslag oppgave 8:

(a)

Vi finner først løsningen for Y , ved å sette (3) og (2) inn i (1) og får følgende uttrykk:

$$Y = c_0 + c(Y - (t_0 + tY)) + I + G$$

Vi setter deretter alle Y leddene over på venstre side, og får:

$$Y - cY + ctY = c_0 - ct_0 + I + G$$

Vi setter så Y utenfor parentes og får:

$$Y(1 - c + ct) = c_0 - ct_0 + I + G$$

Til slutt deler vi med $(1 - c + ct)$ på begge sider av likhetstegnet og får et redusert form uttrykk for Y vi kaller (1^*) :

$$(1^*): Y = \frac{1}{1-c(1-t)} [c_0 - ct_0 + I + G]$$

For å finne løsningen for T, setter vi løsningen for Y fra (1*) i hhv (3), og finner

$$(3^*): T = t_0 + \frac{t}{1-c(1-t)} [c_0 - ct_0 + I + G]$$

For å finne løsningen for C og B, kan en sette inn løsningene for Y og T i (2) og $B = T - G$, og så regne ut uttrykkene. Alternativt kan man først erstatte T ved å sette inn for (3) i (2) og $B = T - G$, og så sette inn løsningen for Y. Vi bruker siste metode, som gir

$$(2^*): C = c_0 + c(Y - t_0 - tY) = c_0 + c(1-t)Y - ct_0$$

$$= c_0 + \frac{c(1-t)}{1-c(1-t)} [c_0 - ct_0 + I + G] - ct_0$$

$$(4^*): B = T - G = t_0 + tY - G = t_0 + \frac{t}{1-c(1-t)} [c_0 - ct_0 + I + G] - G$$

$$= t_0 + \frac{t}{1-c(1-t)} [c_0 - ct_0 + I] - \left[1 - \frac{t}{1-c(1-t)} \right] G$$

(b)

For å finne økningen i de endogene variablene Y, C, T og B^1 , bruker vi den generelle regelen for tilvekstform

Regel for tilvekstform: Dersom $y = ax + b$, så er $\Delta y = a\Delta x$

(1*) kan omskrives til

$$(1^{**}): Y = \frac{1}{1-c(1-t)} [c_0 - ct_0 + I + G] = \frac{1}{1-c(1-t)} G + \frac{1}{1-c(1-t)} [c_0 - ct_0 + I]$$

og vi ser at brøken foran G tilsvarer parameteren a i regelen, mens det siste leddet i (1**) tilsvarer parameteren b. Vi finner dermed at endringen i Y, ΔY , er gitt ved

$$(5) \quad \Delta Y = \frac{1}{1-c(1-t)} \Delta G$$

¹ Dersom du nå stusser over at vi kan ha fire endogene variable og kun tre ligninger er årsaken at B er definert ved en egen, og fjerde, ligning, nemlig $B = T - G$

For å finne ΔC , ΔT og ΔB , kan vi enten bruke samme metode på det endelige uttrykket i hhv. (2*), (3*) og (4*), eller vi kan bruke samme metode på mellomregningen med Y , og så bruke løsningen for ΔY fra (5). Begge metoder gir naturligvis samme svar. Vi bruker siste metode og får.

$$\Delta C = c(1-t)\Delta Y = \frac{c(1-t)}{1-c(1-t)}\Delta G > 0$$

$$\Delta T = t\Delta Y = \frac{t}{1-c(1-t)}\Delta G > 0$$

$$\begin{aligned}\Delta B = t\Delta Y - \Delta G &= \left[\frac{t}{1-c(1-t)} - 1 \right] \Delta G = \left[\frac{t}{1-c(1-t)} - \frac{1-c(1-t)}{1-c(1-t)} \right] \Delta G \\ &= \frac{-(1-c)(1-t)}{1-c(1-t)} \Delta G < 0\end{aligned}$$

(for å kontrollere at overgangen i det siste likhetstegnet er korrekt, er det lettest å gå motsatt vei, ved å regne ut telleren i det siste uttrykket: $(1-c)(1-t) = 1-c-t+ct = 1-c(1-t)-t$, som er lik tellerne i de to brøkene på linjen over)

(c)

Vi antar nå at $\Delta G = \Delta t_0 > 0$. Myndighetene øker altså en inntektsuavhengig skatt og denne økes like mye som G . For å finne totaleffekten må vi altså finne ett uttrykk for ΔY uttrykt ved ΔG og ved Δt_0 .

Uttrykkene for Δt_0 finner en ved å benytte tilsvarende fremgangsmåte som vi gjorde for å finne ΔG under (b).

Total effekt finner en ved å legge sammen effektene av ΔG og Δt_0 .

| Endogen variabel | Effekt av ΔG | Effekt av Δt_0 | Total effekt |
|------------------|--|---|---|
| ΔY | $+\frac{1}{1-c(1-t)}\Delta G$ | $-\frac{c}{1-c(1-t)}\Delta t_0$ | $=\frac{1-c}{1-c(1-t)}\Delta G > 0$ |
| ΔC | $+\frac{c(1-t)}{1-c(1-t)}\Delta G$ | $-\frac{c}{1-c(1-t)}\Delta t_0$ | $=-\frac{ct}{1-c(1-t)}\Delta G < 0$ |
| ΔT | $+\frac{t}{1-c(1-t)}\Delta G$ | $+\left(1-\frac{ct}{1-c(1-t)}\right)\Delta t_0$ | $=\left(1+\frac{t(1-c)}{1-c(1-t)}\right)\Delta G > 0$ |
| ΔB | $-\left[1-\frac{t}{1-c(1-t)}\right]\Delta G$ | $+\left(1-\frac{ct}{1-c(1-t)}\right)\Delta t_0$ | $=\frac{t(1-c)}{1-c(1-t)}\Delta G > 0$ |

Du kan teste svarene dine ved å benytte deg av en Excel-versjon av denne modellen som ligger på hjemmesiden, se [Lekeark-keynes-oppg6.xls](#).